

I modelli della fisica e la finanza, ovvero perchè i fisici lavorano nelle banche

Marco Airolidi

Mediobanca

(Milano, 11 luglio 2003)

Indice

- 1. Perché i fisici in finanza?**
- 2. Il problema**
- 3. I modelli della fisica in finanza**
- 4. Le metodologie della fisica in finanza**
- 5. Gli strumenti della fisica in finanza**
- 6. Conclusioni**



I fisici in finanza

La finanza quantitativa: una nuova frontiera per i fisici e per la fisica.

- ***Pricing di strumenti finanziari (industria)***
- ***Calcolo del rischio (industria)***
- ***Sviluppo software per la finanza (industria)***
- ***Econofisica (univ.)***



Controindicazioni nell'assunzione dei fisici in finanza

- ***Un fisico non conosce l'economia;***
- ***Un fisico non conosce la finanza;***
- ***Un fisico non comprende il linguaggio utilizzato da chi opera in finanza.***



Perché allora i fisici vengono assunti in finanza??

- *Molti modelli della finanza sono derivati dalla fisica;*
- *Alcune tra le metodologie più importanti della finanza sono derivate dalla fisica;*



Il Problema

Un esempio concreto: le opzioni

Cos'è un'opzione plain vanilla?

Un'opzione dà al possessore il diritto di acquistare o vendere, ad una data futura, un certo bene (il sottostante) ad un certo prezzo (detto prezzo di esercizio o "strike price")

Un'opzione è una scommessa (o un'assicurazione)



Opzioni esotiche

In generale il mercato nel corso degli anni ha sviluppato opzioni con caratteristiche più complesse rispetto alle semplici “plain vanilla”:

- **Opzioni asiatiche**
- **Opzioni digitali**
- **Opzioni con barriera**
- **Opzioni cliquet e reverse cliquet**
- **Opzioni lookback**
- **Opzioni su basket**

Ad es. nelle Opzioni con barriera il pay-off finale è condizionato dal fatto che il prezzo dell'attività sottostante abbia raggiunto o meno un certo livello (barriera).

I modelli

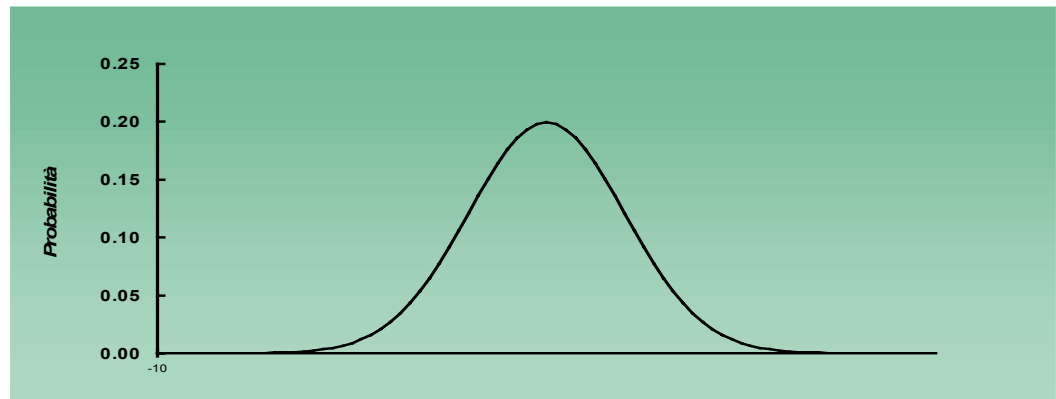
Azioni

**Modello per l'evoluzione casuale delle azioni:
processo stocastico di Wiener**

$$dS/S = \mu dt + \sigma \sqrt{dt} \varepsilon \quad \text{dove } \varepsilon \sim N(0,1)$$

**la versione discreta di tale modello è il ben noto random
walk (Einstein 1905 \leftrightarrow Bachelier 1900!!!!)**

Returns
Distribution
Gaussian distribution





I modelli

Opzioni

1. Sulla base del modello log-normale per l'evoluzione delle azioni, si può dimostrare che il problema del calcolo del prezzo di un'opzione si riduce ad un'equazione differenziale alle derivate parziali:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + rS \frac{\partial F}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} = rF .$$

(Con un cambio di variabili si riduce all'equazione del calore!!)



I modelli

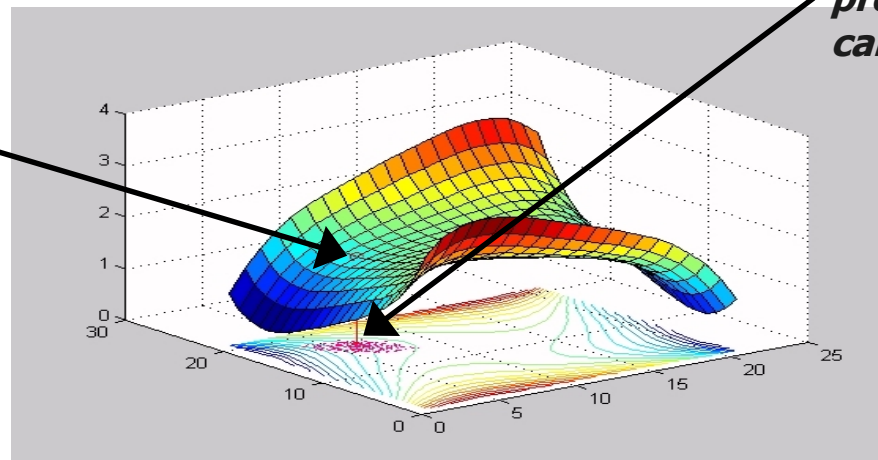
Opzioni

- 2. Esistono soluzioni esatte imponendo le condizioni al contorno caratteristiche delle opzioni più semplici**
- 3. Non esistono soluzioni esatte per la maggioranza delle opzioni esotiche.**
- 4. Il modello log-normale è insufficiente (smile di volatilità) → necessità di trovare dinamiche stocastiche più corrette per il sottostante.**

- Le metodologie - Prezzo di un'opzione come integrale di cammino

- Il calcolo del prezzo di un'opzione esotica si riduce a calcolare un integrale di cammino (dove i cammini sono tutte le possibili evoluzioni dell'azione sottostante)
- La fisica dispone di potenti metodologie numeriche per il calcolo di path integral (ad es. il Metodo Monte Carlo).

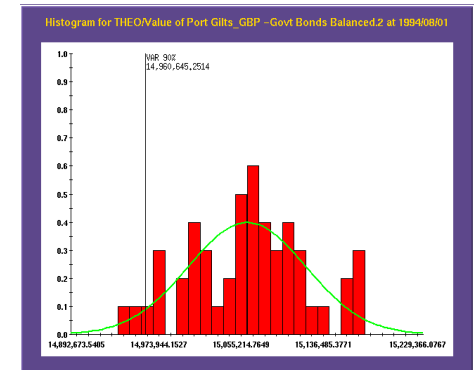
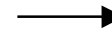
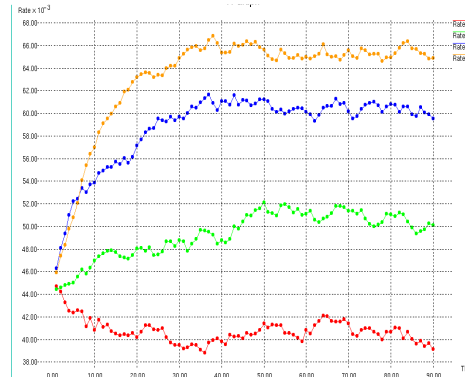
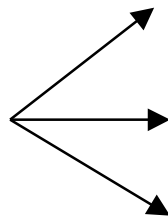
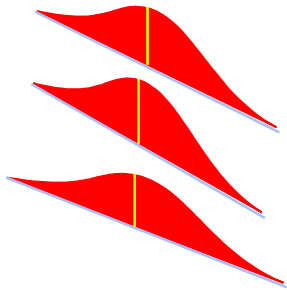
**Premio
dell'opzione**



***Distribuzione di
probabilità per i
cammini del sottostante***

- Le metodologie - Simulazioni Monte Carlo per il calcolo del prezzo di un'opzione

- STEP 1 – Definire un processo stocastico per il sottostante
- STEP 2 – Costruire una grande numero di scenari (le possibili evoluzioni del sottostante azionario)
- STEP 3 – Valutare il valore del premio a scadenza sotto ciascun scenario.
- STEP 4 – Calcolare il valor medio (ovvero il prezzo dell'opzione!) e l'eventuale errore, sulla base della distribuzione ottenuta.



Processi per il /
i sottostanti

Scenari

Distribuzione probabilistica
dei premi. Calcolo della
media e dell'errore



Conclusioni

- **I fisici giocano un ruolo fondamentale nell'ambito della finanza quantitativa per tre motivi:**
 - **conoscono i modelli**
 - **conoscono le metodologie di calcolo numerico**
 - **padroneggiano gli strumenti (linguaggi di programmazione, skill informatici)**
- **Anche in campo accademico una nuova disciplina sta emergendo: l'econofisica, frutto dell'applicazione dei metodi della fisica al campo della finanza, quest'ultimo visto come un sistema complesso.**